

# Robotik I: Einführung in die Robotik

## Übung 4: Einführung in die Robotics Toolbox & Regelung

**Jonas Beil, Fabian Paus, Tamim Asfour**  
Institut für Anthropomatik und Robotik

KIT-Fakultät für Informatik, Institut für Anthropomatik und Robotik (IAR)  
Hochperformante Humanoide Technologien (H<sup>2</sup>T)



# Aufgaben

Einführung in die Robotics Toolbox und Regelung

1. Puma 560 aus der Robotics Toolbox verwenden
2. Roboter mit zwei Gelenken modellieren
3. Kaskadierte Regler

# Aufgaben

Einführung in die Robotics Toolbox und Regelung

1. **Puma 560 aus der Robotics Toolbox verwenden**
2. Roboter mit zwei Gelenken modellieren
3. Kaskadierte Regler



# Aufgaben

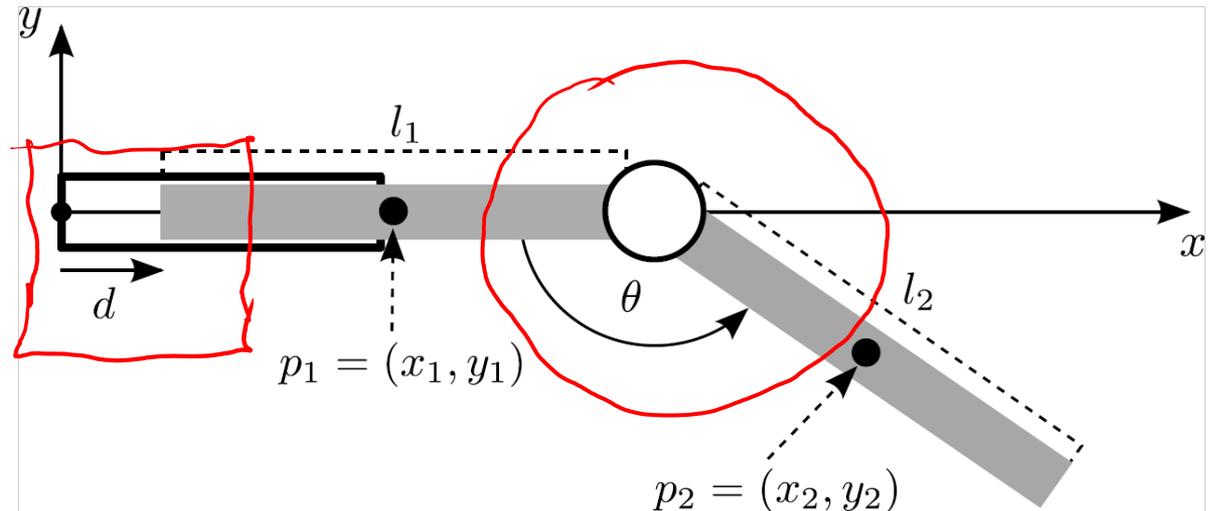
Einführung in die Robotics Toolbox und Regelung

1. Puma 560 aus der Robotics Toolbox verwenden
- 2. Roboter mit zwei Gelenken modellieren**
3. Kaskadierte Regler

# Aufgabe 2: Roboter mit zwei Gelenken modellieren

## ■ Roboter

- 2 Gelenke
  - 1 Schubgelenk
  - 1 Drehgelenk
- 2 Segmente

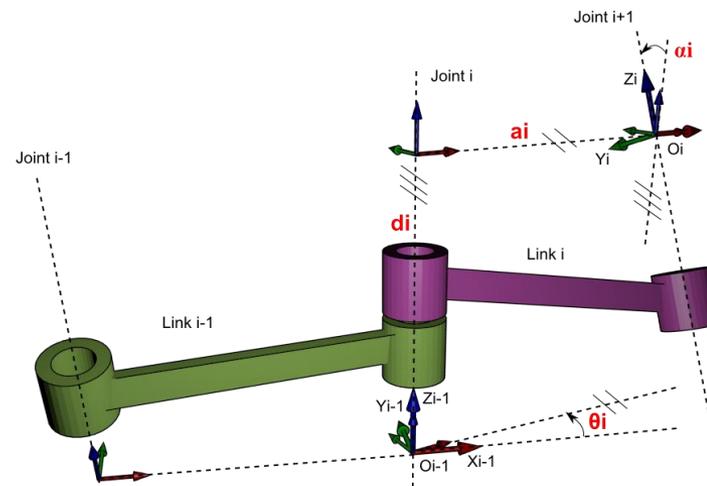
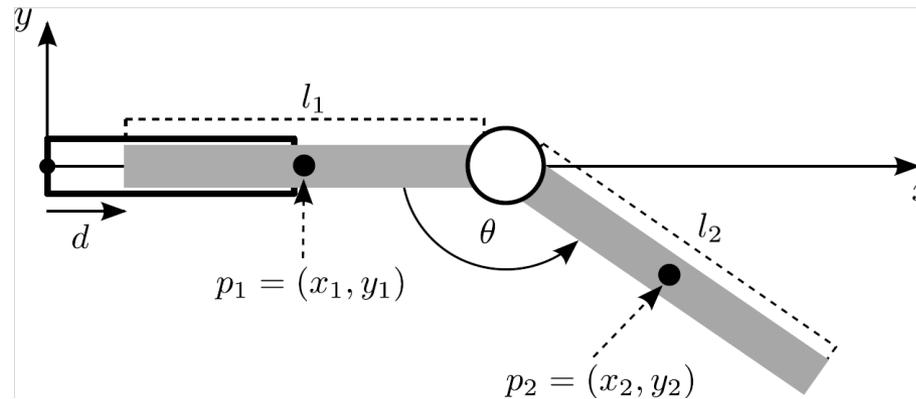


## ■ Modellierung

- 2.1 Bestimmen Sie die **DH-Parameter**
- 2.2 Erstellen Sie einen **SerialLink** in der RBT
- 2.3 Testen Sie das Modell

# Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

- Standard DH-Parameter des Roboters aus Aufgabe 3.2



von Ollydbg  
 [Public domain], via  
 Wikimedia Commons

## Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

*alten z-Achse*

Joint angle	$\theta_i$	Winkel zwischen $x_{i-1}$ und $x_i$ – Achsen um $z_{i-1}$ – Achse
Link offset	$d_i$	Abstand zwischen $x_{i-1}$ – und $x_i$ entlang der $z_{i-1}$ – Achse
Link length	$a_i$	Abstand zwischen $z_{i-1}$ – und $z_i$ entlang der $x_i$ – Achse
Link twist	$\alpha_i$	Winkel zwischen $z_{i-1}$ – und $z_i$ – Achsen um $x_i$ – Achse

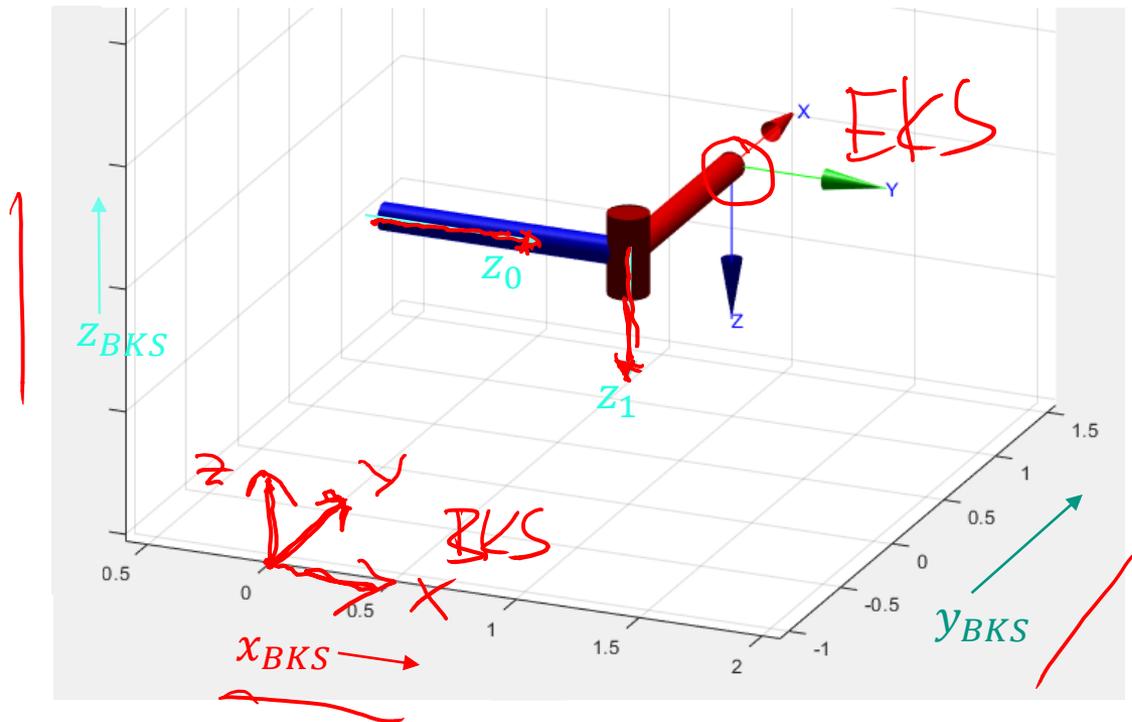
(Corke, Peter. Robotics, Vision and Control. 2017)

*neue x-Achse*

$$A_{i-1,i} = R_{z_{i-1}}(\theta_i) \cdot T_{z_{i-1}}(d_i) \cdot T_{x_i}(a_i) \cdot R_{x_i}(\alpha_i)$$

# Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

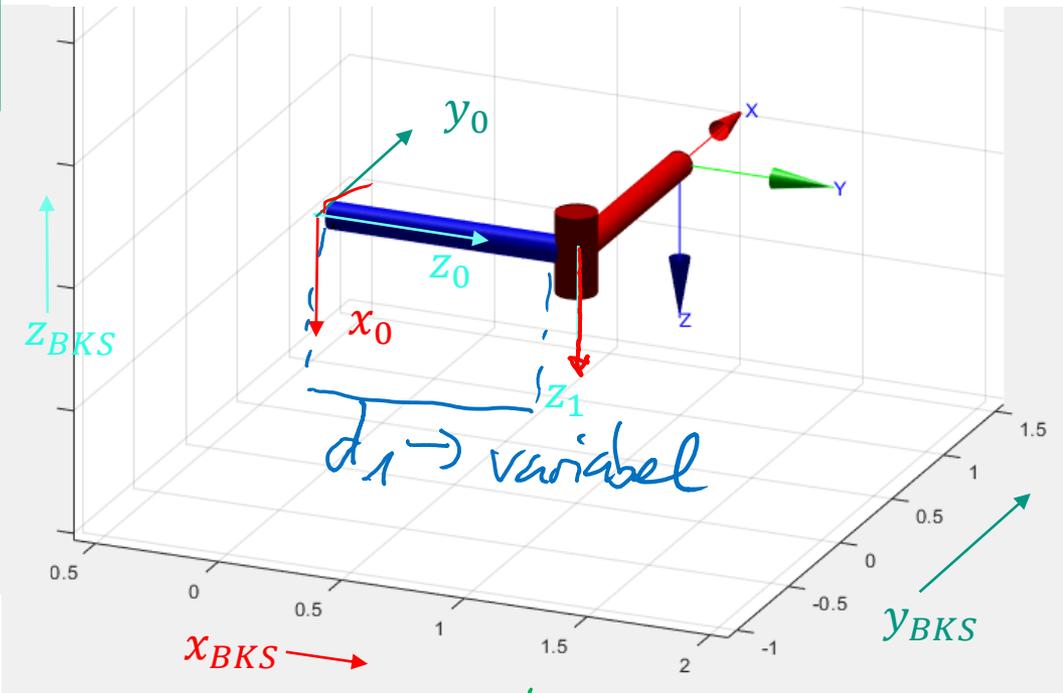
- Festlegung von BKS, EKS und z-Achsen.



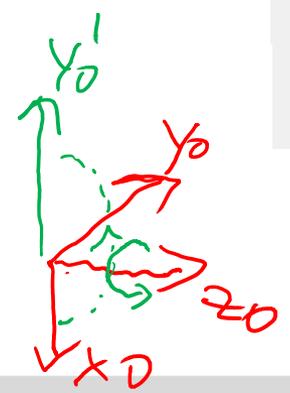
# Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

- Offset zum BKS: Drehung des Bases um  $90^\circ$  um  $y_0$  Achse.

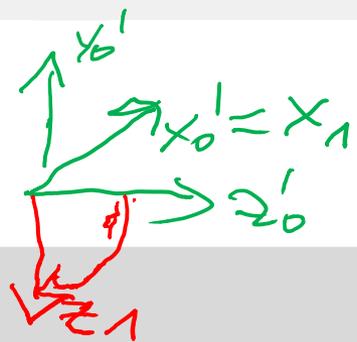
Kein Teil der DH-Parameter!



offset

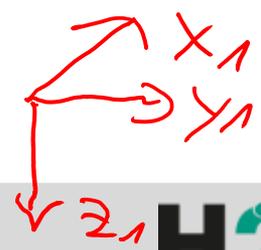


$\theta = 90^\circ$



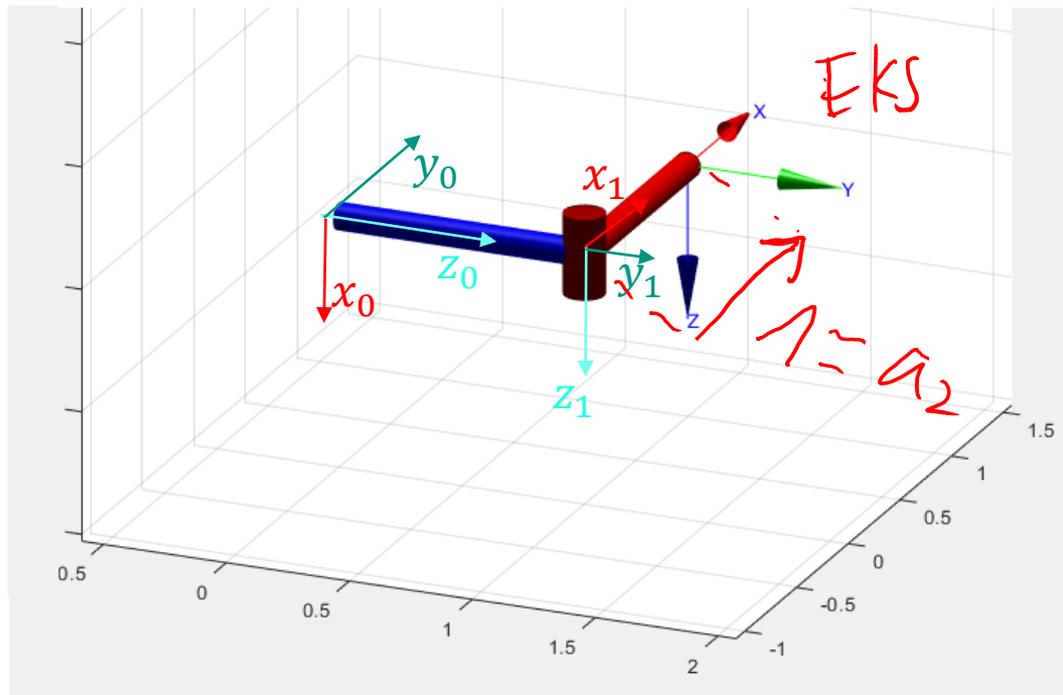
$\alpha = 90^\circ$

$a_1 = 0$

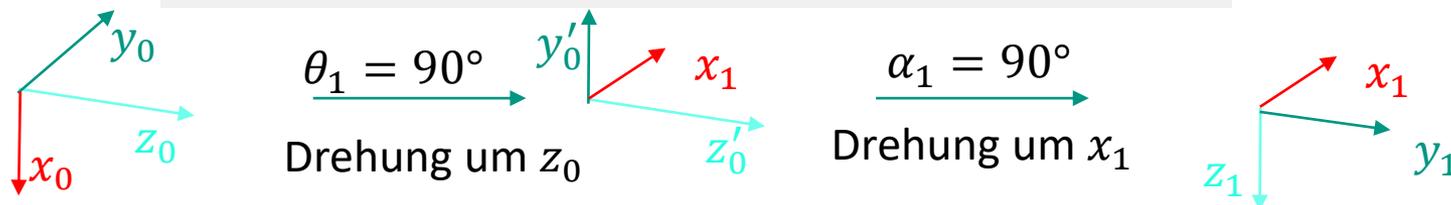


# Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

- Parameter für das erste Lineargelenk.
  - $\theta_1 = 90^\circ, \alpha_1 = 90^\circ, a_1 = 0, d_1$  ist variabel

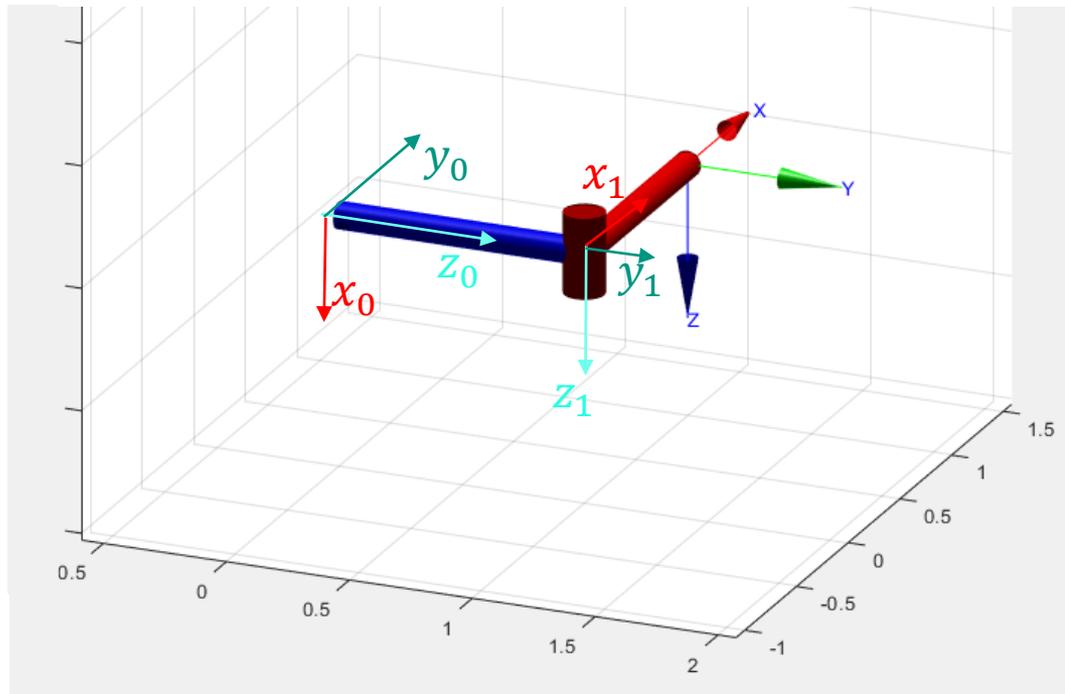


$\theta_2 = \text{variabel}$   
 $d_2 = 0$   
 $\alpha_2 = 0^\circ$   
 $a_2 = 1$



## Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

- Parameter für das zweite Rotationsgelenk.
  - $\theta_2$  ist variabel,  $\alpha_2 = 0^\circ$ ,  $a_2 = 1$ ,  $d_1 = 0$

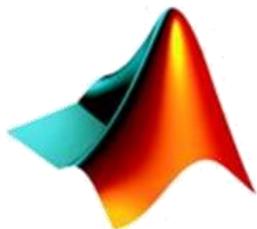


# Aufgabe 2.1: Bestimmung der DH-Parameter

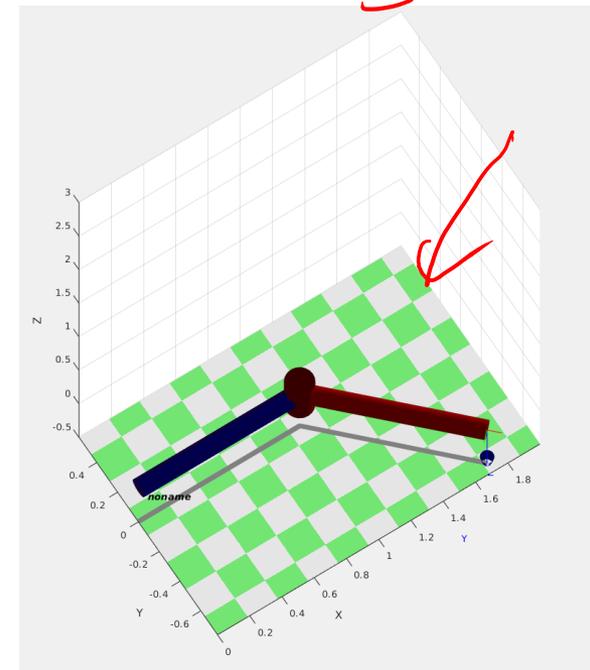
■ DH-Parameter in Tabelle:

Gelenk	$\theta$	$d$	$\alpha$	$a$
1	$90^\circ$	$d_1$ (variabel)	$90^\circ$	0
2	$\theta_2$ (variabel)	0	$0^\circ$	1

■ Aufgaben 2.2-2.3: Live in Matlab



MATLAB



# Aufgaben

Einführung in die Robotics Toolbox und Regelung

1. Puma 560 aus der Robotics Toolbox verwenden
2. Roboter mit zwei Gelenken modellieren
3. **Kaskadierte Regler**

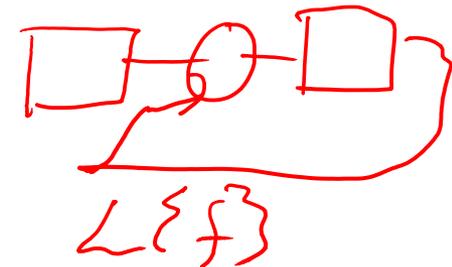
# Aufgabe 3: Kaskadierte Regler

## ■ Entwerfen Sie einen **kaskadierten** Regler für einen Roboterarm

- Motor:
  - Stellgröße:  $u_A(t)$  (Spannung)
  - Regelgröße:  $i_A(t)$  (Strom)
- Mechanik:
  - Stellgröße:  $m_A(t)$  (Drehmoment)
  - Regelgröße:  $\omega(t)$  (Winkelgeschwindigkeit)

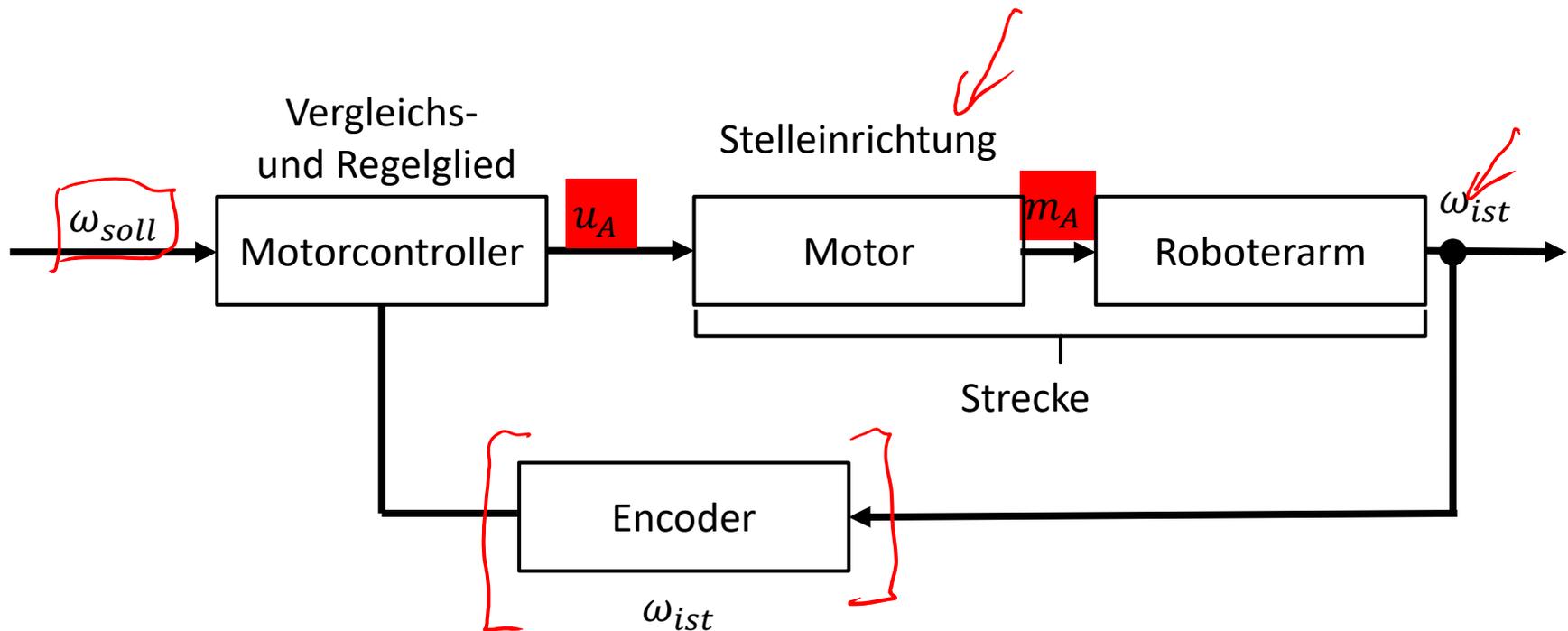
## ■ Teilaufgaben

- 3.1 Zeichnen Sie das Blockdiagramm des Regelkreises
- 3.2 Berechnen Sie Laplace-Transformationen
- 3.3 Stellen Sie die Übertragungsfunktion auf
- 3.4 [Modellieren Sie den Regelkreis in Matlab+Simulink]



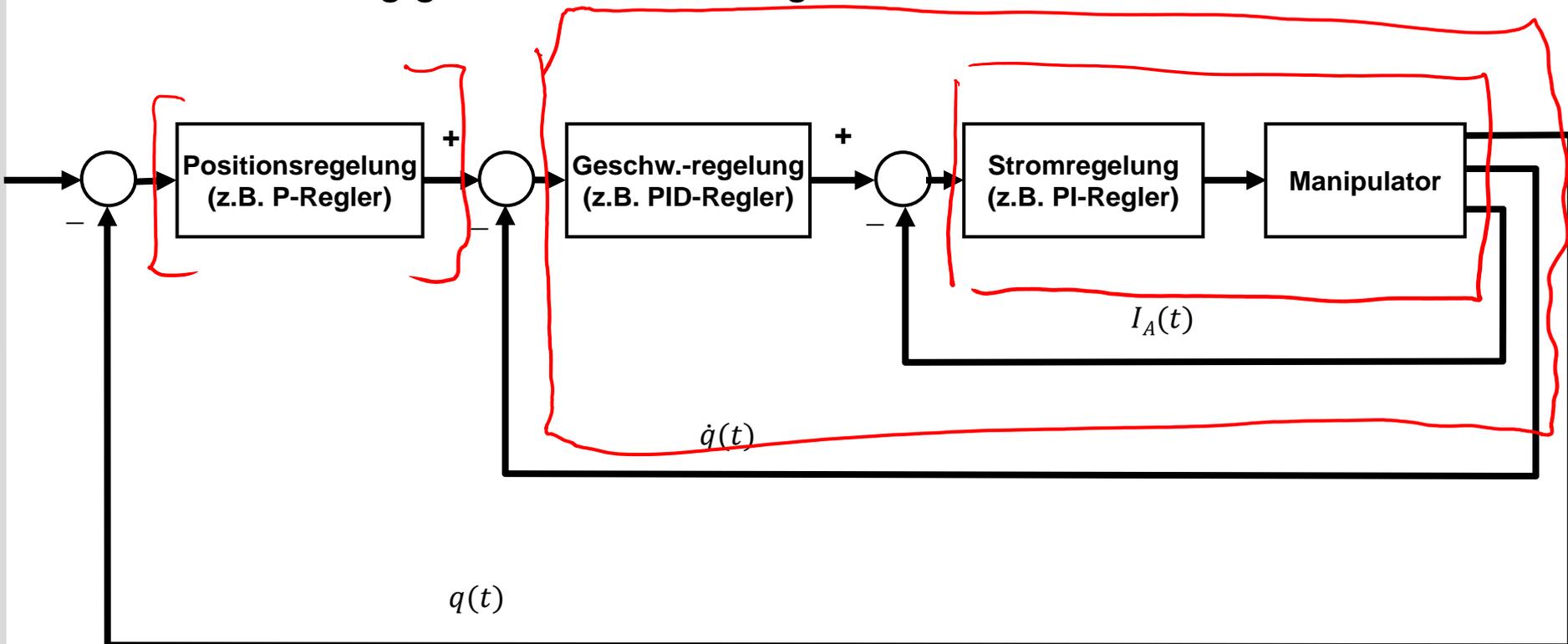
# Aufgabe 3: Kaskadierte Regler

- $u_A$ : Spannungsvorgabe an den Motor
- $m_A$ : Vom Motor erzeugtes Drehmoment



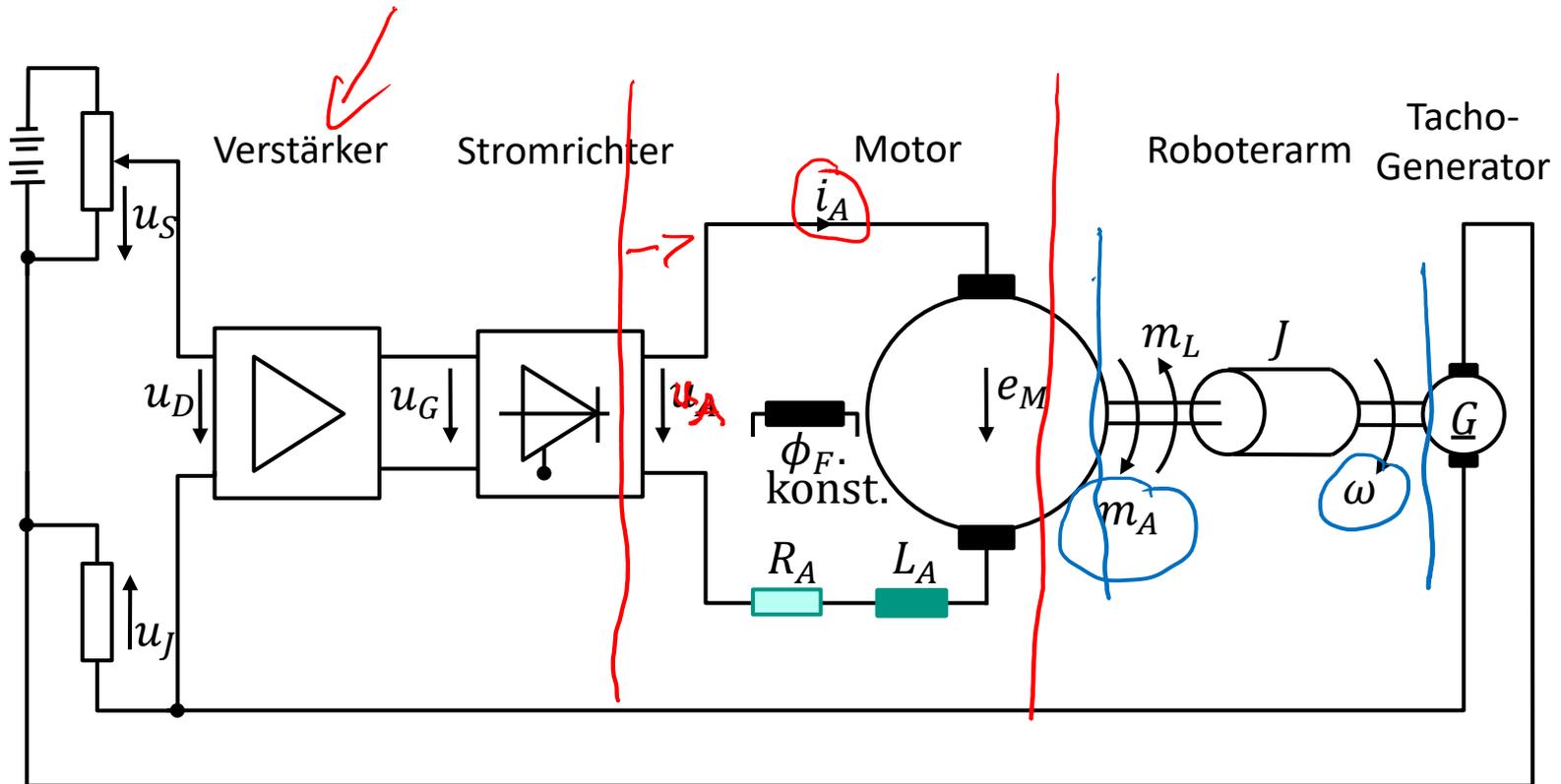
# Kaskadenregelung

- Manipulator = **Mehrgrößensystem**
  - Unabhängige lineare Einzelregelkreis der einzelnen Gelenke



# Aufgabe 3: Kaskadierte Regler

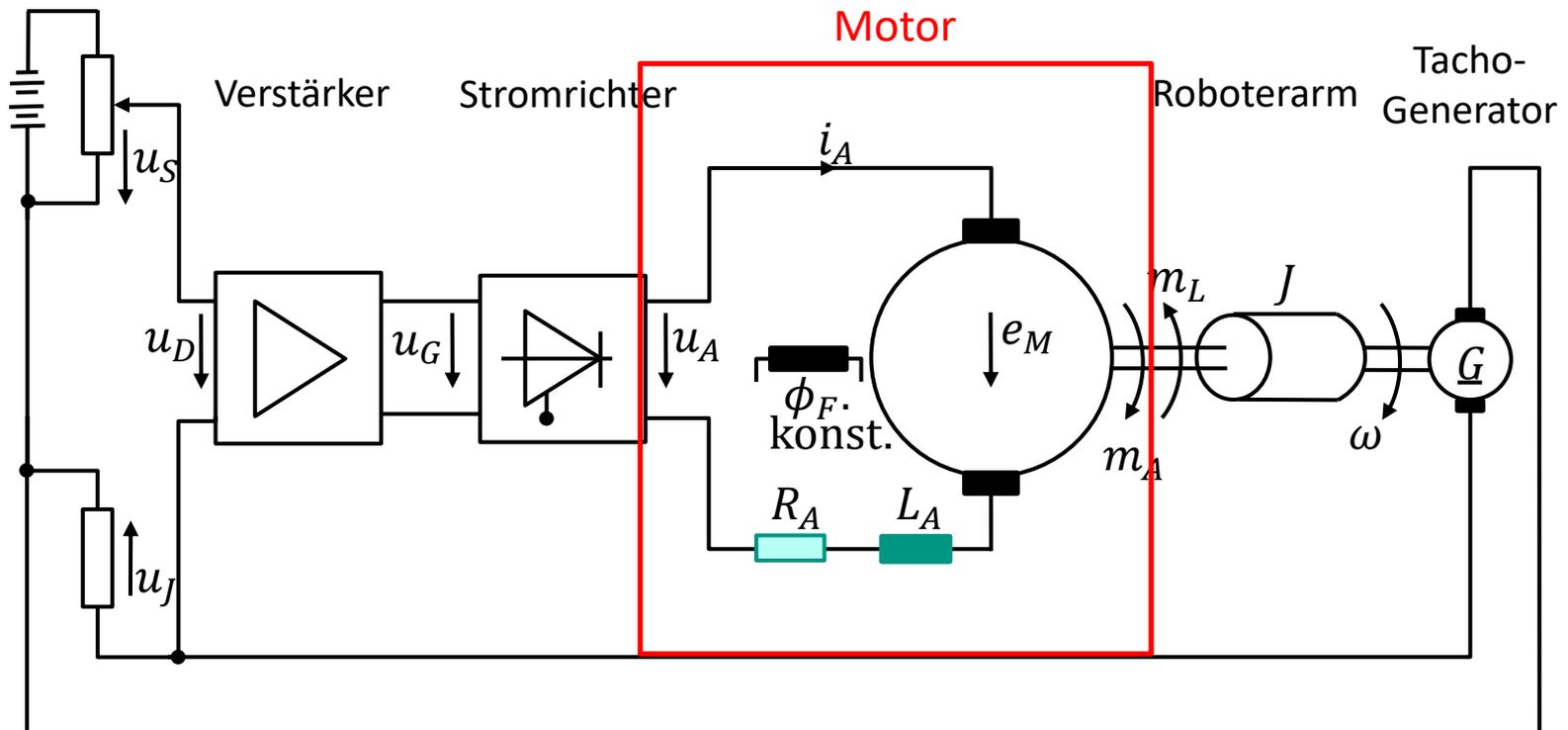
- Drehzahlregelung eines Gleichstromantriebs



Nach: *Regelungstechnik*; O. Föllinger

# Aufgabe 3: Kaskadierte Regler

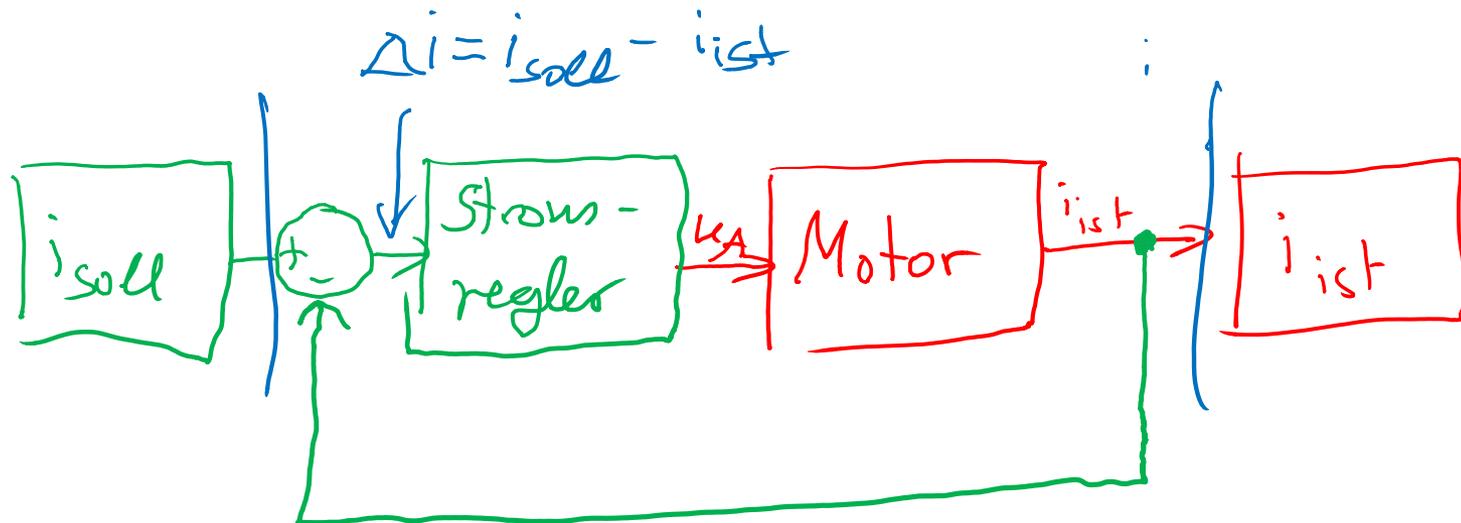
- Drehzahlregelung eines Gleichstromantriebs



Nach: *Regelungstechnik*; O. Föllinger

# Aufgabe 3.1: Blockdiagramm

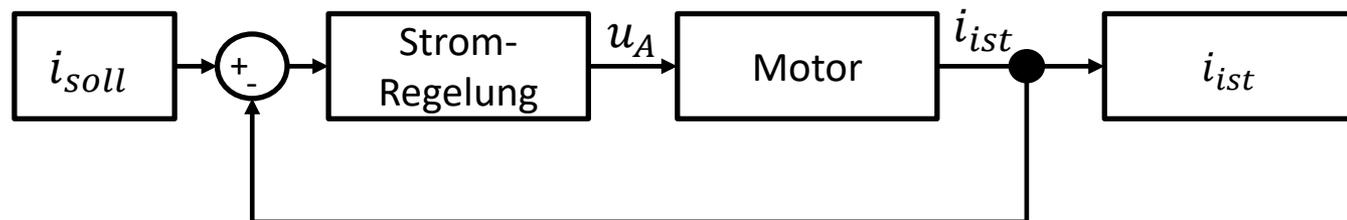
- Blockdiagramm des Regelkreises
  - Innen: Stromregelung



# Aufgabe 3.1: Blockdiagramm

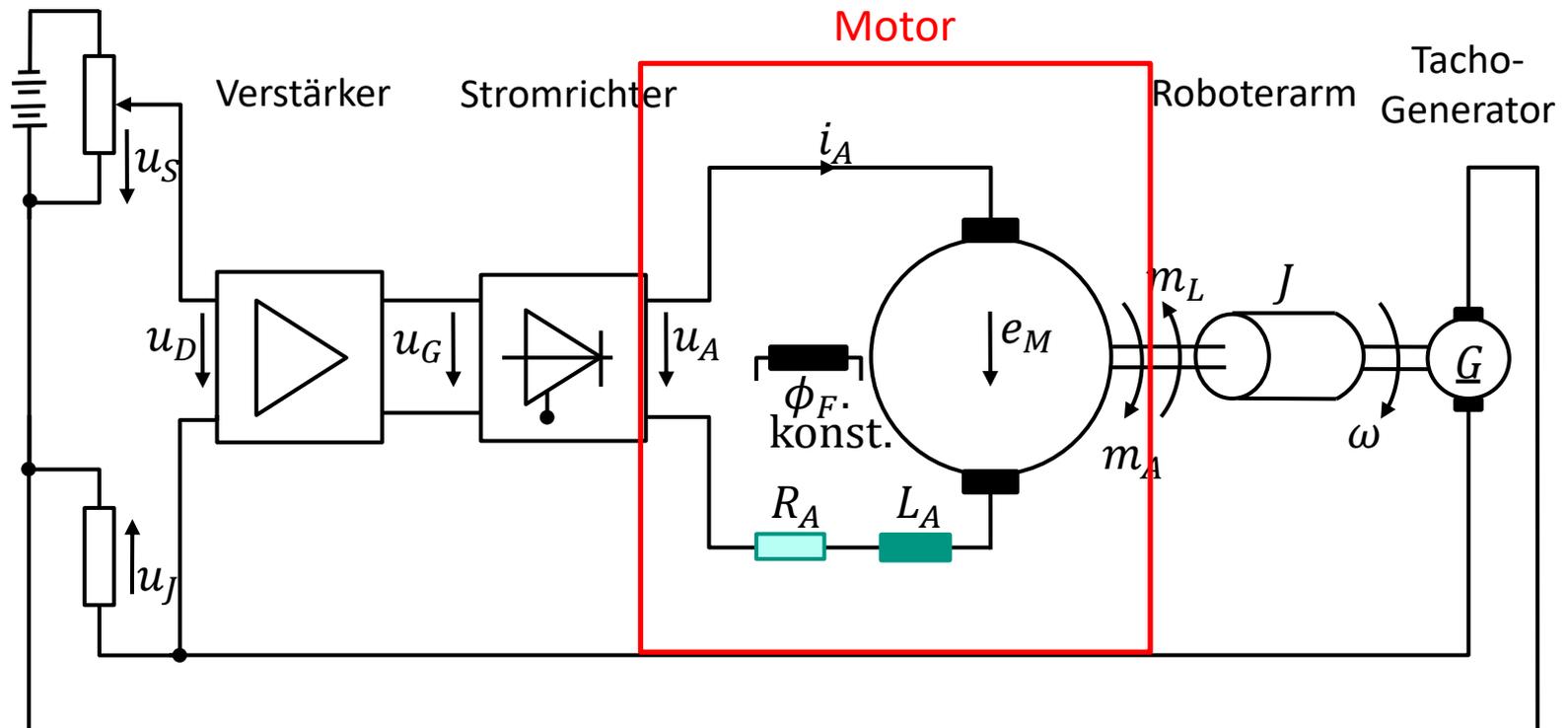
- Blockdiagramm des Regelkreises
  - Innen: Stromregelung

$i_{soll}$ : Vorgabe Motorstrom  
 $i_{ist}$ : Gemessener Motorstrom  
 $u_A$ : Spannung



# Aufgabe 3: Kaskadierte Regler

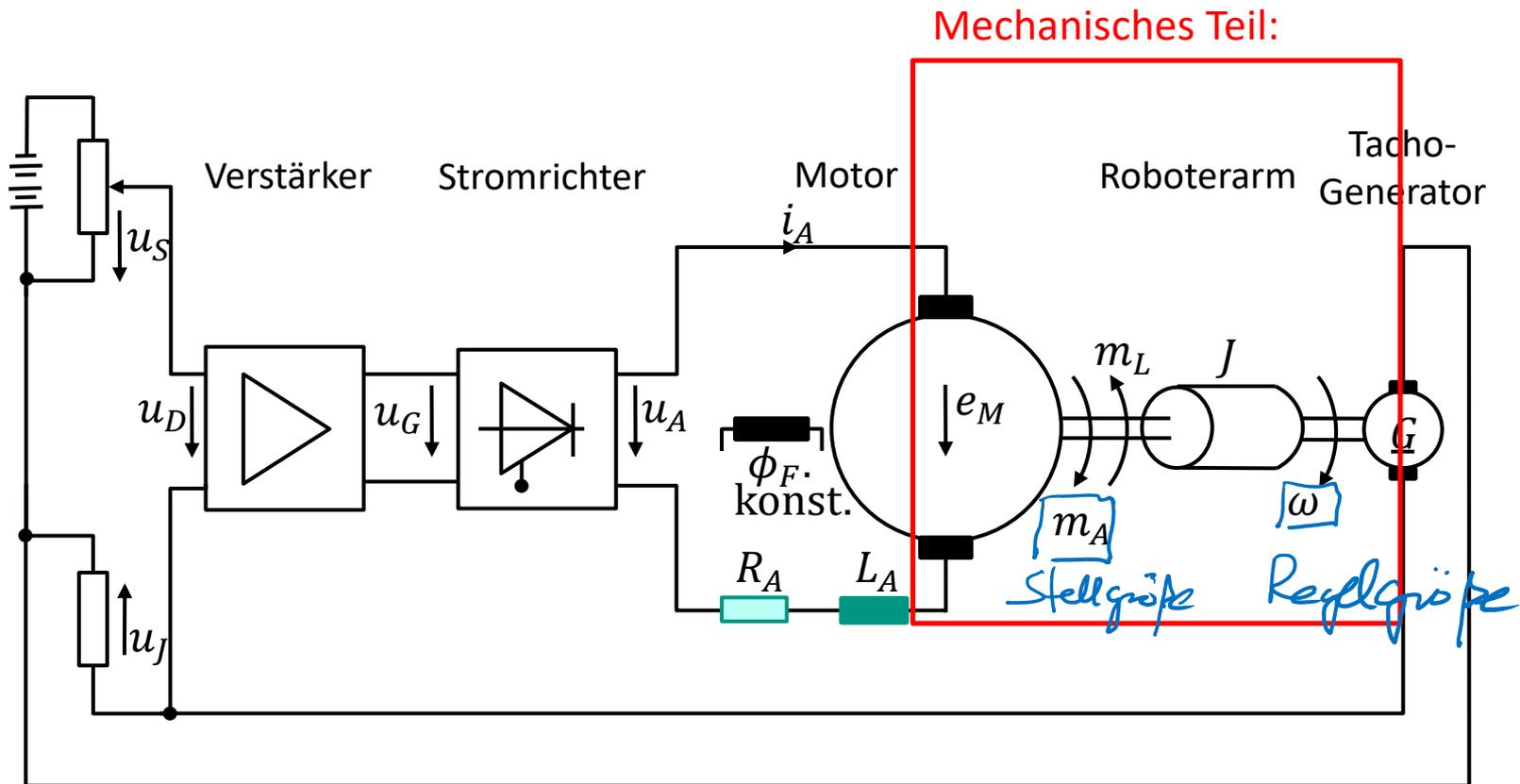
- Drehzahlregelung eines Gleichstromantriebs



Nach: *Regelungstechnik*; O. Föllinger

# Aufgabe 3: Kaskadierte Regler

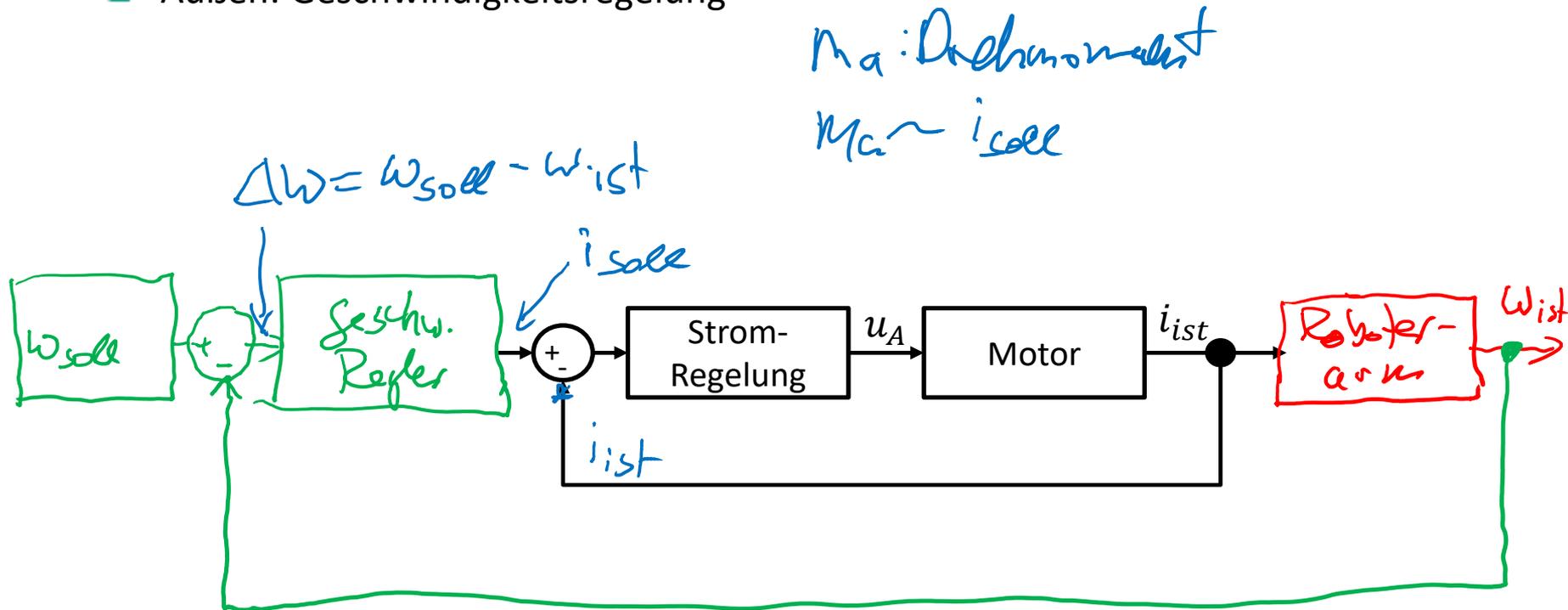
- Drehzahlregelung eines Gleichstromantriebs



Nach: *Regelungstechnik; O. Föllinger*

# Aufgabe 3.1: Blockdiagramm

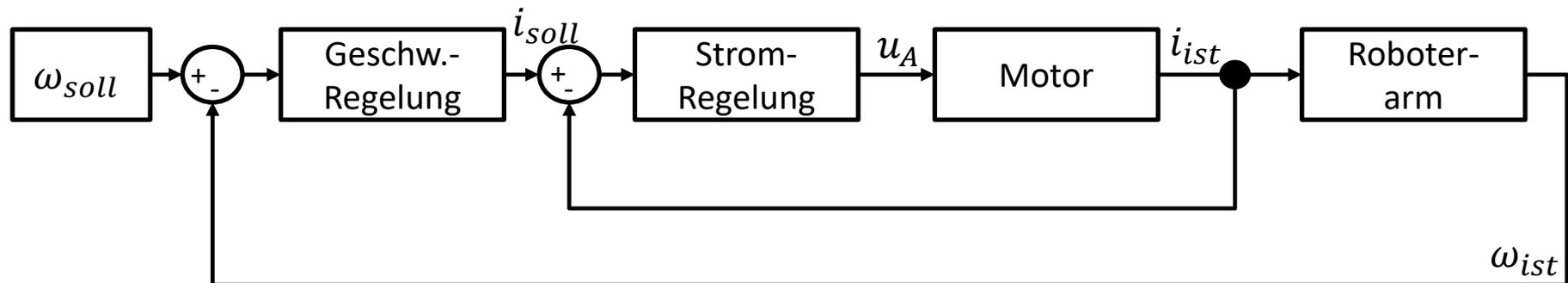
- Blockdiagramm des Regelkreises
  - Innen: Stromregelung
  - Außen: Geschwindigkeitsregelung



# Aufgabe 3.1: Blockdiagramm

- Blockdiagramm des Regelkreises
  - Innen: Stromregelung
  - Außen: Geschwindigkeitsregelung

$\omega_{soll}$ : Vorgabe Winkelgeschw.  
 $\omega_{ist}$ : Gemessener Winkelgeschw.  
 $i_A$ : Motostrom  
 $u_A$ : Spannung



## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

- Berechnen Sie die Laplace-Transformationen von:

$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$m_A(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

- Berechnen Sie die Laplace-Transformationen von:

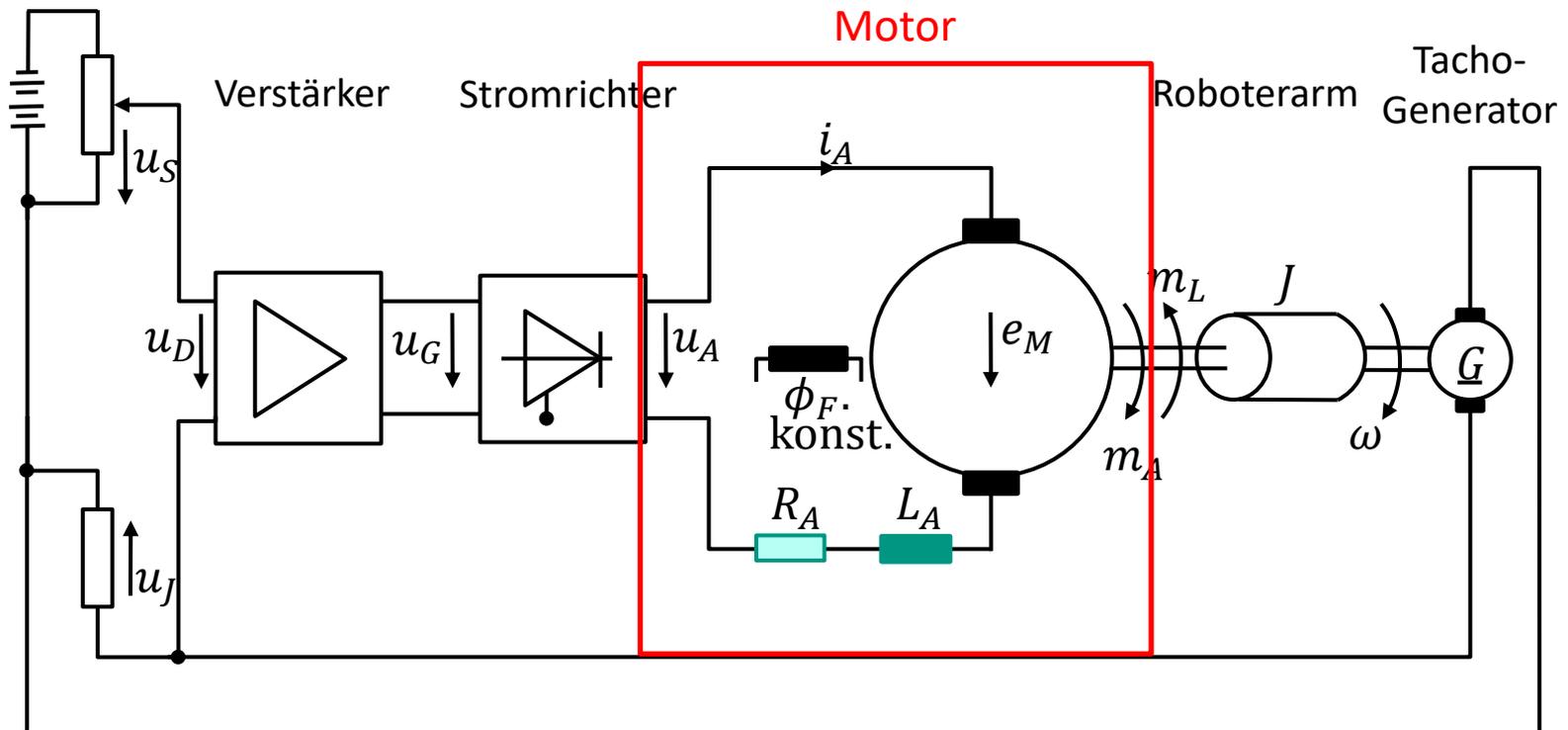
$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$m_A(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)$$

- Wo kommen diese Gleichungen her?

# Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

## ■ Drehzahlregelung eines Gleichstromantriebs



Nach: *Regelungstechnik*; O. Föllinger

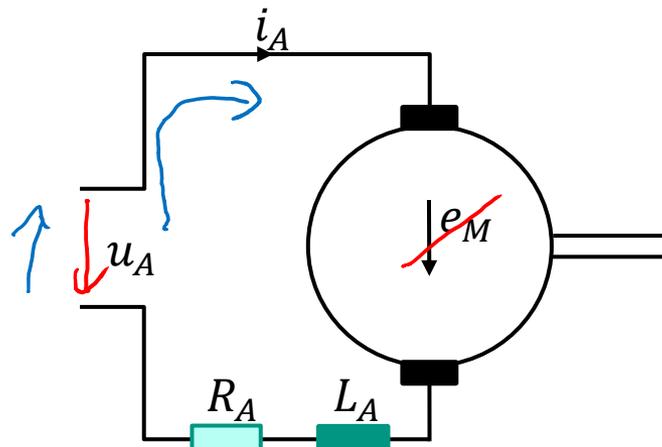
# Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

- 2. Kirchhoffsches Gesetz:
  - (vom Rotor induzierte Spannung ( $e_M$ ) wird vernachlässigt)

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0 = u_L + u_R - u_A$$

$$u_A = u_L + u_R$$

$$u_A = L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t) + R_A \cdot i_A(t)$$



$$u_L = L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$u_R = R_A \cdot i_A(t)$$

Bez  $\approx \omega$ .

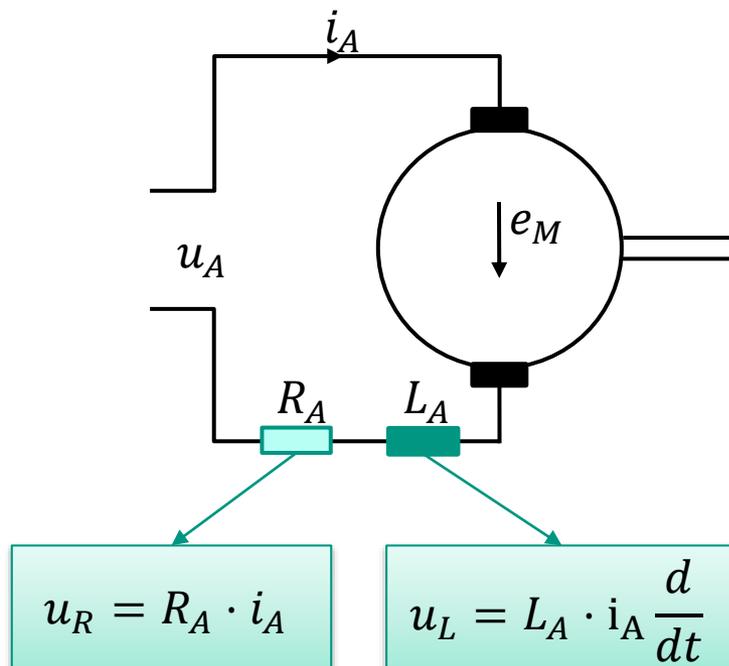
Regelgröße  $i_A(t)$

Stellgröße  $u_A(t)$

# Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

- 2. Kirchhoffsches Gesetz:
  - (vom Rotor induzierte Spannung ( $e_M$ ) wird vernachlässigt)

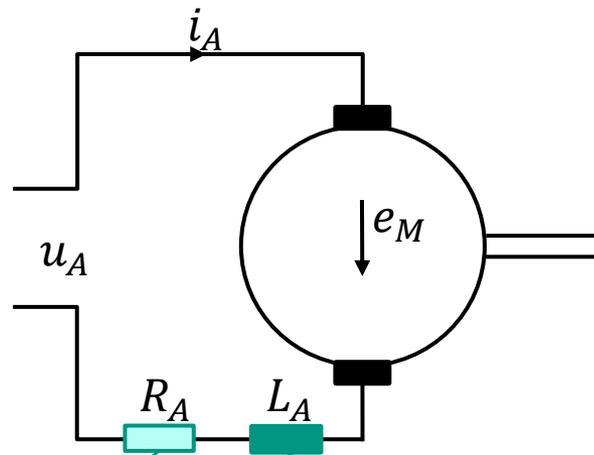
$$\sum_{k=1}^n u_k = 0$$



# Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

- 2. Kirchhoffsches Gesetz:
  - (vom Rotor induzierte Spannung ( $e_M$ ) wird vernachlässigt)

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0$$



$$u_R(t) + u_L(t) - u_A(t) = 0$$

$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$u_R = R_A \cdot i_A$$

$$u_L = L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$U_A(s) = \mathcal{L}\{u_A(t)\}$$

$$= \mathcal{L}\left\{R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)\right\}$$

$$= R_A \cdot \mathcal{L}\{i_A(t)\} + L_A \cdot \mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt} i_A(t)\right\}$$

$$= R_A \cdot I_A(s) + L_A \cdot s \cdot I_A(s)$$

Lin. Gesetz  
 $\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\}$

$= \alpha \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} + \beta \cdot \mathcal{L}\{g(t)\}$

Diff. Gesetz  
 $\mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt} f(t)\right\}$

$= s \cdot \mathcal{L}\{f(t)\}$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$U_A(s) = L\{u_A(t)\}$$

$$= L\{R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)\}$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$U_A(s) = L\{u_A(t)\}$$

$$= L\{R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)\}$$

$$= R_A \cdot L\{i_A(t)\} + L_A \cdot L\{\frac{d}{dt} i_A(t)\}$$

Linearitätssatz:

$$L\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha f_1(s) + \beta f_2(s)$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$u_A(t) = R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)$$

$$U_A(s) = L\{u_A(t)\}$$

$$= L\{R_A \cdot i_A(t) + L_A \cdot \frac{d}{dt} i_A(t)\}$$

$$= R_A \cdot L\{i_A(t)\} + L_A \cdot L\{\frac{d}{dt} i_A(t)\}$$

$$= R_A \cdot I_A(s) + L_A \cdot s \cdot I_A(s)$$

Linearitätssatz:

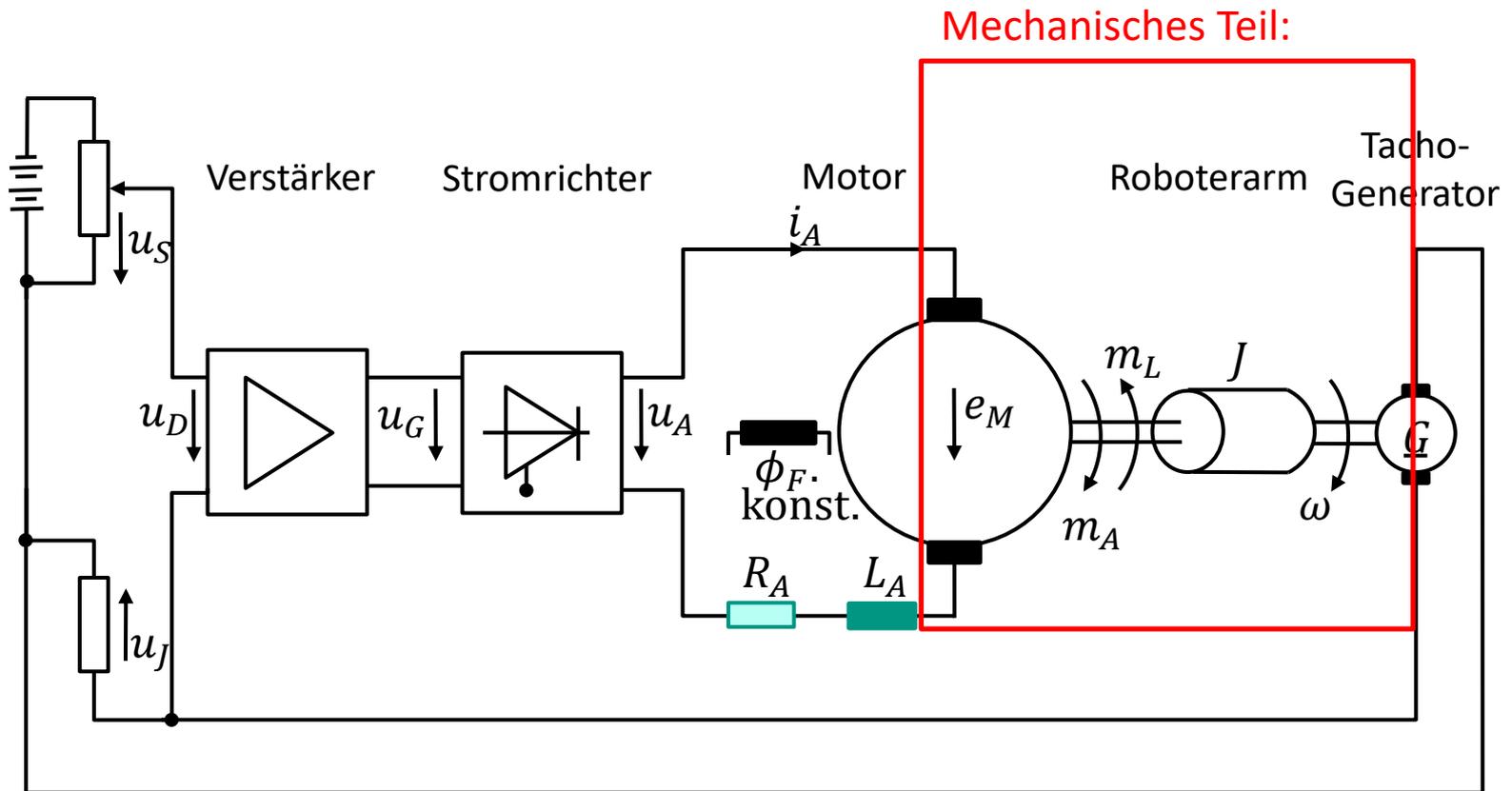
$$L\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha f_1(s) + \beta f_2(s)$$

Differentiationsatz:

$$L\left\{\frac{d}{dt} f(t)\right\} = sF(s)$$

# Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

## ■ 1-DoF Rotationsgelenk



Nach: *Regelungstechnik*; O. Föllinger

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{m}_L = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{c}(\dot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{q}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

Vektoren und Matrizen

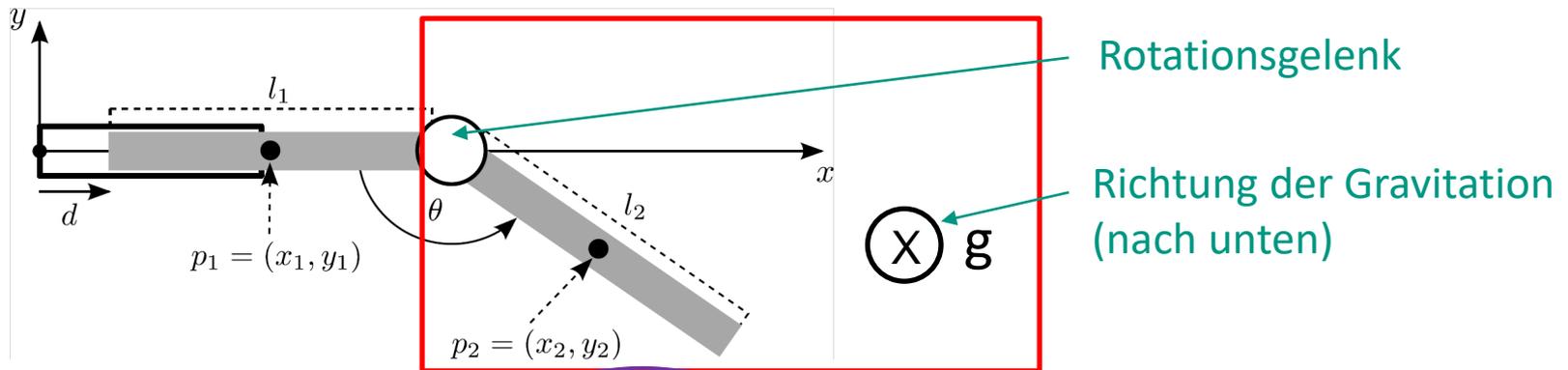
$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}$ : Trägheitskräfte

$\boldsymbol{c}(\dot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{q})$ : Corioliskräfte

$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ : Gravitationskräfte

# Bewegungsgleichung eines 1-DOF Rotationsgelenkes

1-DOF Rotationsgelenk aus dem Übungsbeispiel:



$$m_L = J \cdot \ddot{\theta} + K_v \cdot \dot{\theta} + g$$

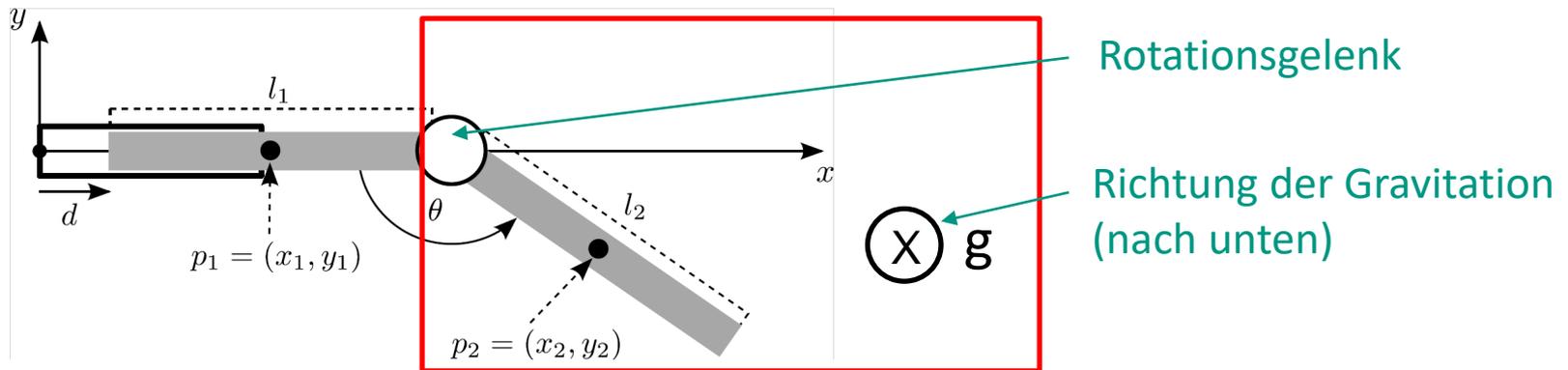
Reibung
g = 0

$$F = m \cdot \ddot{x}$$

$$= m \cdot a$$

# Bewegungsgleichung eines 1-DOF Rotationsgelenkes

1-DOF Rotationsgelenk aus dem Übungsbeispiel:

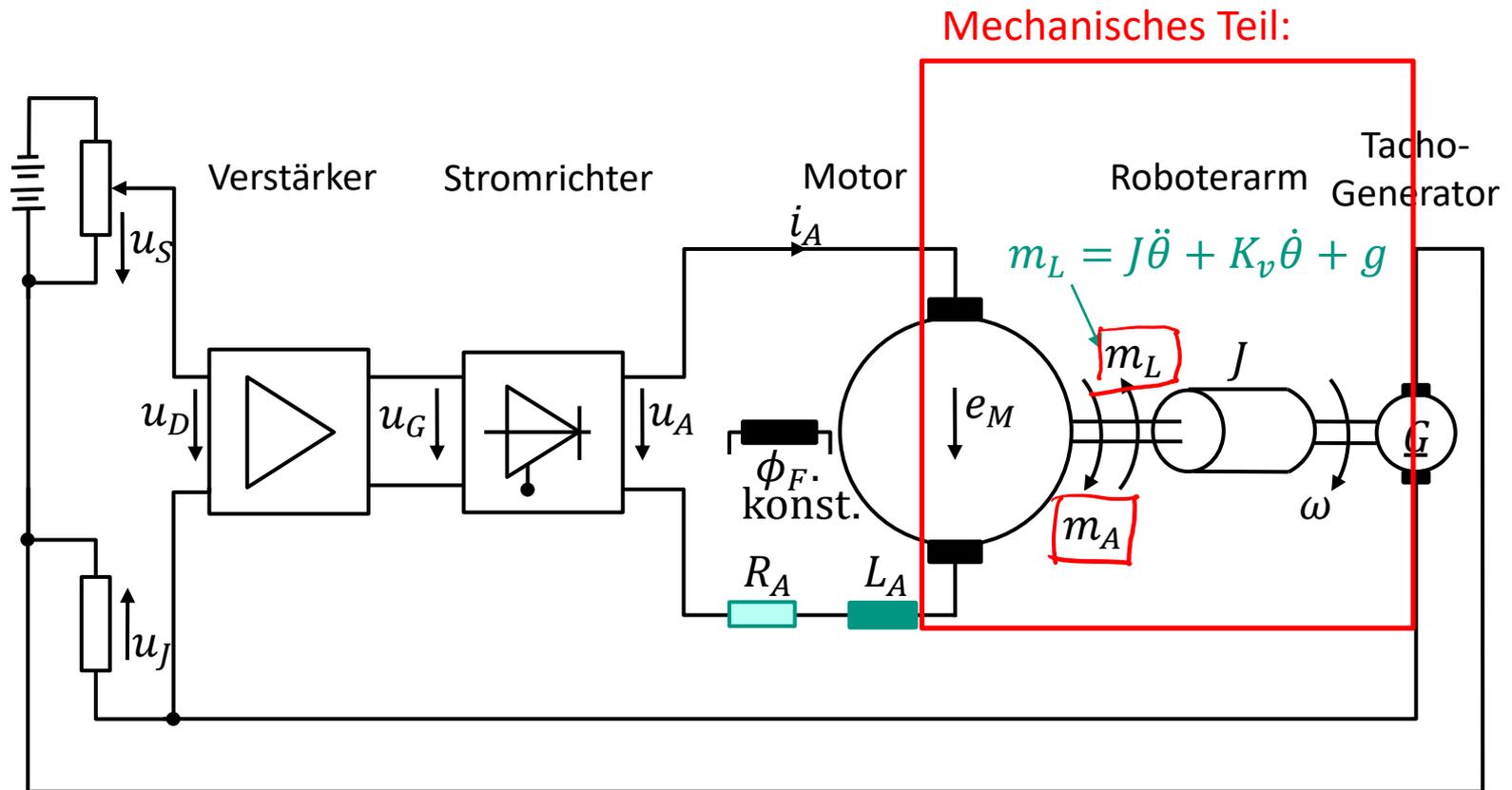


$$m_L = J\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + g$$

- $K_v$ : Drehzahlabhängige Reibungskonstante
- $J$ : Trägheit bleibt konstant (Winkelunabhängig)
- $g$ : Gravitationskraft bleibt constant ( $m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2}$ )

# Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

## 1-DoF Rotationsgelenk



Nach: *Regelungstechnik*; O. Föllinger

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$m_L = J\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + g$$

$$m_A - m_L = 0$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$m_L = J\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + g$$

$$m_A - m_L = 0$$

$$m_A = J\dot{\omega} + K_v\omega + g$$

$$g = 0$$

$$m_A = J\dot{\omega} + K_v\omega$$

$$\omega = \dot{\theta}$$

Schwerkraft wirkt  
orthogonal zur Bewegung

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$m_A(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)$$

$$M_A(s) =$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$m_A(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)$$

$$M_A(s) = L\{m_A(t)\}$$

$$= L\left\{J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)\right\}$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$m_A(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)$$

$$M_A(s) = L\{m_A(t)\}$$

$$= L\{J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)\}$$

$$= J \cdot L\{\frac{d}{dt} \omega(t)\} + K_v \cdot L\{\omega(t)\}$$

Linearitätssatz:

$$L\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha f_1(s) + \beta f_2(s)$$

## Aufgabe 3.2: Laplace-Transformation

$$m_A(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)$$

$$M_A(s) = L\{m_A(t)\}$$

$$= L\left\{J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_v \cdot \omega(t)\right\}$$

$$= J \cdot L\left\{\frac{d}{dt} \omega(t)\right\} + K_v \cdot L\{\omega(t)\}$$

$$= J \cdot s \cdot \Omega(s) + K_v \cdot \Omega(s)$$

Linearitätssatz:

$$L\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha f_1(s) + \beta f_2(s)$$

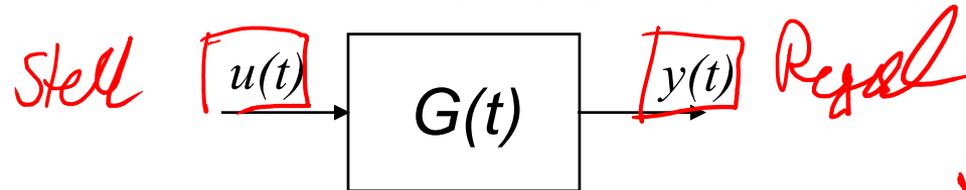
Differentiationsatz:

$$L\left\{\frac{d}{dt} f(t)\right\} = sF(s)$$

# Aufgabe 3.3: Übertragungsfunktion

■ Häufig Blöcke von folgendem Typ:

- Lineares zeitinvariantes Übertragungsglied (LZI-Glied)



- Im komplexen s-Bereich:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathcal{L}\{\text{Regel}\}}{\mathcal{L}\{\text{Stell}\}}$$

- Im Zeitbereich:

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

Faltungsregel der Laplace-Transformation

$$y(t) = g(t) * u(t) = \int_0^t g(t - \tau) * u(\tau) * d\tau$$

## Aufgabe 3.3: Übertragungsfunktion

$$\text{Übertragungsfunktion} = \frac{L\{\text{Regelgröße}\}}{L\{\text{Stellgröße}\}}$$

$$U_A(s) = R_A \cdot I_A(s) + L_A \cdot s \cdot I_A(s)$$

$$\frac{I_A(s)}{U_A(s)} = \frac{\cancel{I_A(s)} \cdot 1}{R_A \cdot \cancel{I_A(s)} + L_A \cdot s \cdot \cancel{I_A(s)}}$$

$$= \frac{1}{R_A + L_A \cdot s}$$

## Aufgabe 3.3: Übertragungsfunktion

$$\text{Übertragungsfunktion} = \frac{L\{\text{Regelgröße}\}}{L\{\text{Stellgröße}\}}$$

$$U_A(s) = R_A \cdot I_A(s) + L_A \cdot s \cdot I_A(s)$$

$$\frac{I_A(s)}{U_A(s)} =$$

## Aufgabe 3.3: Übertragungsfunktion

$$\text{Übertragungsfunktion} = \frac{L\{\text{Regelgröße}\}}{L\{\text{Stellgröße}\}}$$

$$U_A(s) = R_A \cdot I_A(s) + L_A \cdot s \cdot I_A(s)$$

$$\frac{I_A(s)}{U_A(s)} = \frac{I_A(s)}{R_A \cdot I_A(s) + L_A \cdot s \cdot I_A(s)}$$

$$= \frac{I_A(s)}{I_A(s) \cdot (R_A + L_A \cdot s)}$$

$$= \frac{1}{R_A + L_A \cdot s}$$

## Aufgabe 3.3: Übertragungsfunktion

$$\text{Übertragungsfunktion} = \frac{L\{\text{Regelgröße}\}}{L\{\text{Stellgröße}\}}$$

$$M_A(s) = J \cdot s \cdot \Omega(s) + K_v \cdot \Omega(s)$$

$$\frac{\Omega(s)}{M_A(s)} =$$

## Aufgabe 3.3: Übertragungsfunktion

$$\text{Übertragungsfunktion} = \frac{L\{\text{Regelgröße}\}}{L\{\text{Stellgröße}\}}$$

$$M_A(s) = J \cdot s \cdot \Omega(s) + K_v \cdot \Omega(s)$$

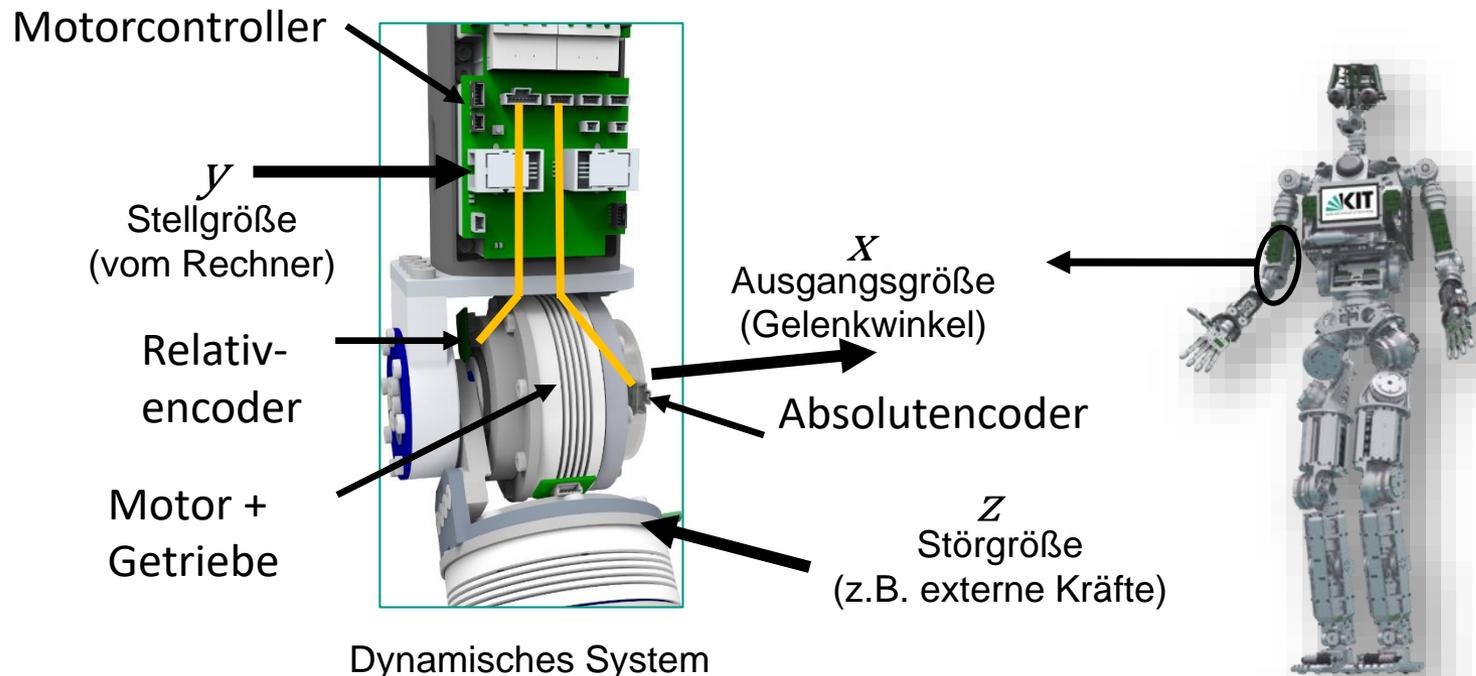
$$\frac{\Omega(s)}{M_A(s)} = \frac{\Omega(s)}{J \cdot s \cdot \Omega(s) + K_v \cdot \Omega(s)}$$

$$= \frac{\Omega(s)}{\Omega(s) \cdot (J \cdot s + K_v)}$$

$$= \frac{1}{J \cdot s + K_v}$$

# Aufgabe 3.4: Regelung mit Simulink

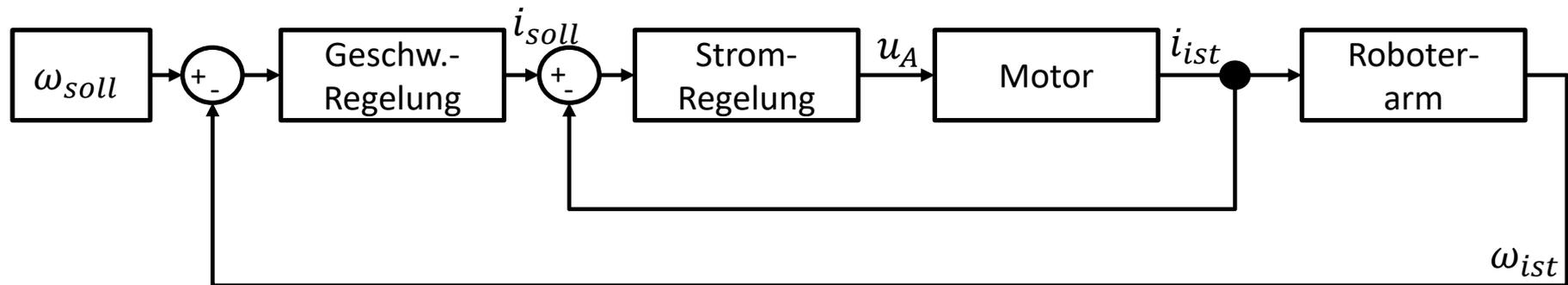
- Regelung eines Robotergelenks
  - Aufstellen der Übertragungsfunktionen für die Einzelsysteme
  - Aufbau der Simulation in Simulink
  - Tunen der Reglerparameter



## Aufgabe 3.4: Zwischenergebnisse

### ■ Blockdiagramm des Regelkreises

$\omega_{soll}$ : Vorgabe Winkelgeschw.  
 $\omega_{ist}$ : Gemessener Winkelgeschw.  
 $i_A$ : Motostrom  
 $u_A$ : Spannung



### ■ Übertragungsfunktionen

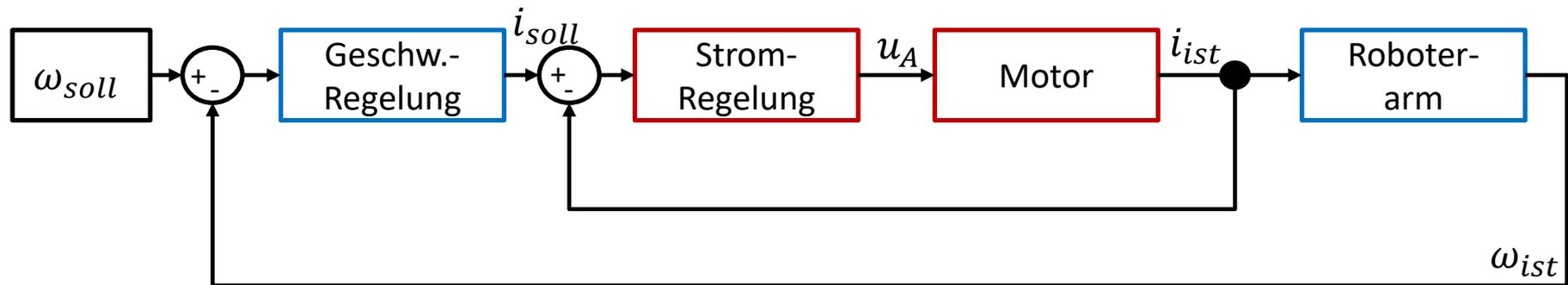
$$\text{Motor: } \frac{I_A(s)}{U_A(s)} = \frac{1}{R_A + L_A \cdot s}$$

$$\text{Mechanik: } \frac{\Omega(s)}{M_A(s)} = \frac{1}{J \cdot s + K_v}$$

## Aufgabe 3.4: Zwischenergebnisse

### ■ Blockdiagramm des Regelkreises

$\omega_{soll}$ : Vorgabe Winkelgeschw.  
 $\omega_{ist}$ : Gemessener Winkelgeschw.  
 $i_A$ : Motostrom  
 $u_A$ : Spannung



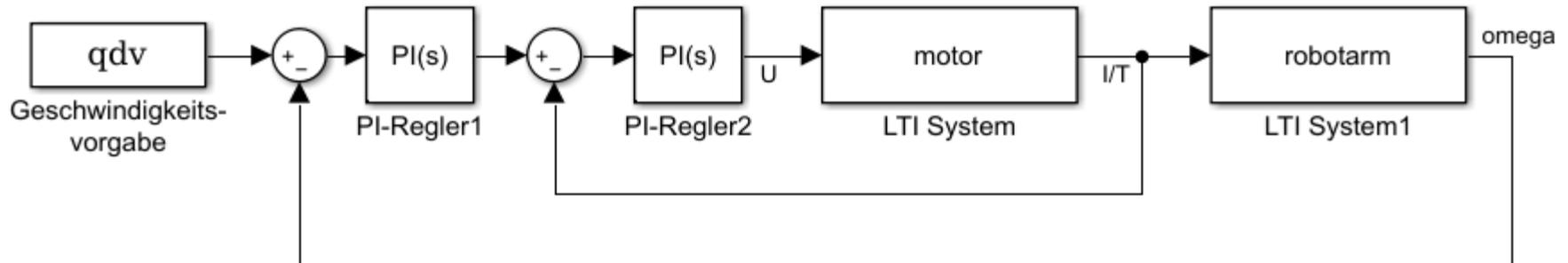
### ■ Übertragungsfunktionen

$$\text{Motor: } \frac{I_A(s)}{U_A(s)} = \frac{1}{R_A + L_A \cdot s}$$

$$\text{Mechanik: } \frac{\Omega(s)}{M_A(s)} = \frac{1}{J \cdot s + K_v}$$

# Aufgabe 3.4: Regelung mit Simulink

- Regelkreis in Simulink
  - Außen: Geschwindigkeitsregelung
  - Innen: Stromregelung



$$\text{Motor: } \frac{I_A(s)}{U_A(s)} = \frac{1}{R_A + L_A \cdot s}$$

$$\text{Mechanik: } \frac{\Omega(s)}{M_A(s)} = \frac{1}{J \cdot s + K_v}$$